

TD 13 : Bisimulation

1 Bisimulations

Soient $M_1 = \langle AP, Q_1, I_1, T_1, l_1 \rangle$ et $M_2 = \langle AP, Q_2, I_2, T_2, l_2 \rangle$ deux systèmes de transition. On appelle une *bisimulation* une relation R dans $Q_1 \times Q_2$ telle que si $q_1 R q_2$, alors

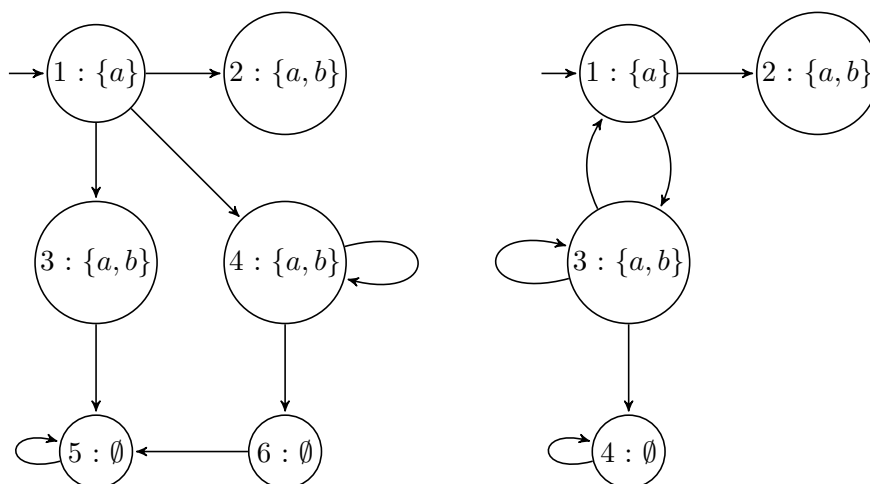
1. $l_1(q_1) = l_2(q_2)$,
2. $\exists q'_1 \in T_1(q_1) \Rightarrow \exists q'_2 \in T_2(q_2) \wedge q'_1 R q'_2$, et
3. $\exists q'_2 \in T_2(q_2) \Rightarrow \exists q'_1 \in T_1(q_1) \wedge q'_1 R q'_2$.

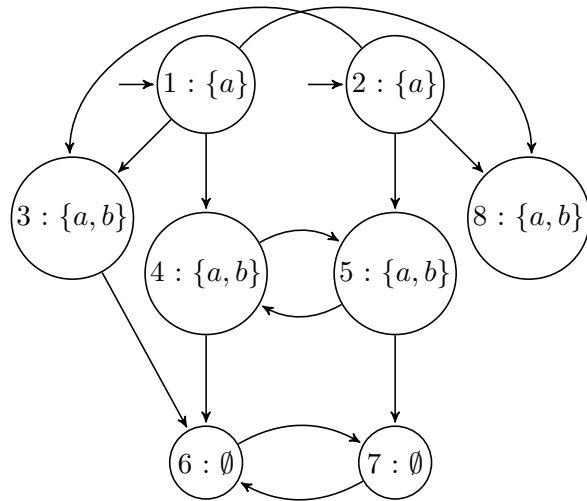
Une relation R est une bisimulation entre M_1 et M_2 si de plus, pour tout q_1 de I_1 , il existe q_2 de I_2 tel que $q_1 R q_2$ et symétriquement pour tout q_2 de I_2 , il existe q_1 de I_1 tel que $q_1 R q_2$.

Un couple d'états (q_1, q_2) est *bisimilaire*, noté $q_1 \sim q_2$, si et seulement s'il existe une bisimulation R telle que $q_1 R q_2$. On généralise de même aux systèmes de transition. La relation \sim est une relation d'équivalence.

1.1 Exemples

On considère les systèmes de transition suivants :





Pour chaque paire de systèmes, dire si les deux systèmes sont bisimilaires. Donner le cas échéant la relation de bisimulation, et sinon une formule CTL qui permet de différencier les deux systèmes.

1.2 Unions de bisimulations

Montrer qu'une union de relations de bisimulations est elle-même une relation de bisimulation.

2 Quotients

2.1 Calcul du quotient

Le calcul du quotient d'un système de transitions peut être effectué à l'aide d'un algorithme semblable à l'algorithme de minimisation pour les automates finis.

1. Calculer les quotients par bisimulation des systèmes de transitions donnés précédemment.
2. Fournir un algorithme par raffinement de partitions pour cette tâche.

2.2 Formule CTL caractéristique

Une preuve du fait que l'équivalence \equiv_{CTL} modulo les formules CTL est un raffinement d'une relation de bisimulation consiste à donner, pour une classe d'équivalence C de \equiv_{CTL} , une formule CTL φ_C telle que l'ensemble des états satisfaisant φ_C soit C .

Donner de telles formules pour chaque classe d'équivalence de la bisimulation du premier système de transition.