

Logique : Exercice n°1

Emilie Grienenberger
emilie.grienenberger@lsv.fr

28 janvier 2021

À rendre pour le 4 février 2021

Exercice 1 : Triangles en déduction naturelle

On considère un langage formé de

- trois sortes de termes : `point`, `droite` et `scalaire`,
- deux symboles de fonction : la distance d d'arité $\langle \text{point}, \text{point}, \text{scalaire} \rangle$, la médiatrice m d'arité $\langle \text{point}, \text{point}, \text{droite} \rangle$,
- deux symboles de prédicats : l'égalité $=$ d'arité $\langle \text{scalaire}, \text{scalaire}, \text{Prop} \rangle$, l'appartenance \in d'arité $\langle \text{point}, \text{droite}, \text{Prop} \rangle$.

On notera \forall_p et \forall_s les quantificateurs universels associés respectivement aux sortes `point` et `scalaire`. Soit Γ le contexte formé des deux propositions

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall_p x \forall_p y \forall_p z \quad [x \in m(y, z) \quad \Leftrightarrow \quad d(x, y) = d(x, z)] \\ \forall_s x \forall_s y \forall_s z \quad [(x = y \wedge y = z) \quad \Rightarrow \quad x = z] \end{array} \right.$$

et

$$A = \forall_p w \forall_p x \forall_p y \forall_p z \quad [(w \in m(x, y) \wedge w \in m(y, z)) \Rightarrow w \in m(x, z)]$$

Donnez une démonstration du séquent $\Gamma \vdash A$.