

TD2 - Forme clausale et Résolution

Exercice 1. Formules insatisfaisables

Mettre sous forme clausale les formules suivantes et montrer par résolution qu'elles sont insatisfaisables.

Question 1. $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \wedge \neg A$

Question 2. $\neg((P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow R) \rightarrow (Q \rightarrow R) \rightarrow R)$

Question 3. $\neg((P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P))$

Exercice 2. Non-confluence de la mise sous forme clausale

Définition 1. Deux formules sous forme clausale sont dites *distinctes* si elles ne sont pas équivalentes modulo associativité et commutativité

Question 4. Donner un exemple de formule telle que les règles de mise sous forme clausale peuvent conduire à deux formules distinctes

Exercice 3. Mettre sous forme clausale fait grossir

Définition 2. Soit ϕ une formule, on note $|\phi|$ sa taille et $\tau(\phi)$ la taille minimale d'une forme clausale de ϕ .

Question 5. Donner un exemple d'une famille ϕ_n de formules telles que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} |\phi_n| = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\tau(\phi_n)}{\sqrt{2^{|\phi_n|}}} = +\infty$$

Question 6. (ATTENTION! Cet énoncé est faux, voir une version juste de celui-ci dans le TD3 du 6 février) Montrer que pour toute formule ϕ , $\tau(\phi) < |\phi| \times 2^{\frac{|\phi|+5}{2}}$

Exercice 4. Résolution *unitaire*

Définition 3. Une *clause de Horn* est une clause qui contient au plus un littéral positif.

On restreint la règle de résolution au cas où au moins l'une des prémisses est une clause constituée d'un seul littéral. Cette stratégie de résolution est dite *unitaire*.

Question 7. Montrer qu'en général cette stratégie n'est pas réfutationnellement complète.

Question 8. Montrer que si l'ensemble initial E est un ensemble de clauses de Horn, la stratégie *unitaire* est réfutationnellement complète.

Exercice 5. Résolution *input*

On restreint la règle de résolution au cas où au moins l'une des prémisses est dans l'ensemble de clauses initial. Cette stratégie de résolution est dite *input*.

Question 9. Montrer qu'en général cette stratégie n'est pas réfutationnellement complète.

Question 10. Montrer que si l'ensemble initial E est un ensemble de clauses de Horn, la stratégie *input* est réfutationnellement complète.