Interrogation n° 1

Durée : 1 heure. Aucun document autorisé.

Les différents exercices sont indépendants et pourront être traités dans l'ordre de votre choix. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 : Reconnaissance de mots (5 points)

On considère l'automate fini défini par :
- alphabet : $\{0, 1\}$
- ensemble d'états : $\{A, B, C, D\}$
- états initiaux : $\{A, C\}$
- états terminaux : $\{B, D\}$
- fonction de transitions :

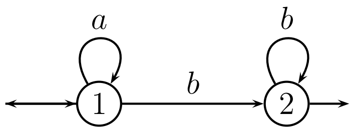
	A	B	C	D
0	D	B	C	A
1	B	C	B	D

1. Dessiner l'automate.
2. Cet automate est-il déterministe ? Justifier votre réponse.
3. Décrire le comportement de l'automate pour le mot 0101, et pour le mot 0011. Pour chacun de ces deux mots, en déduire s'il est ou non reconnu par l'automate.

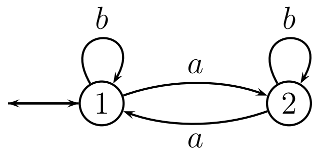
Exercice 2 : Construction d'automates (5 points)

1. On considère le langage $\mathcal{L}_1$ sur l'alphabet $X = \{a, b\}$ contenant exactement tous les mots ayant au moins deux occurences de a, *i.e.* : $\mathcal{L}_1 = \{w \mid w \in X^* \text{ et } |w|_a \geq 2\}$. Ce langage est reconnaissable. Construire un automate fini deterministe le reconnaissant.
2. Soit le langage $\mathcal{L}_3$ sur l'alphabet $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ contenant exactement tous les mots correspondant à la représentation des nombres écrits en base 10 qui sont des multiples de 3 (un nombre quelconque de 0 en tête est autorisé). Ce langage est reconnaissable. Construire un automate fini déterministe le reconnaissant.

Exercice 3 : Automate produit (5 points)



(a) Automate $\mathcal{A}_1$



(b) Automate $\mathcal{A}_2$

1. Construire un automate fini complet équivalent à l'automate $\mathcal{A}_1$.
2. Décrire le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}_2$.
3. Construire un automate fini déterministe reconnaissant le langage $\mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \cap \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$.
4. L'automate obtenu est-il émondé ? Si non, émondez le.

Rappel : *émondé* signifie dont tous les états sont utiles et sont donc accessibles depuis un état initial et permettent d'atteindre un état terminal.

Exercice 4 : Lemme d'itération (5 points)

1. Énoncer le lemme d'itération.
2. Utiliser ce lemme pour montrer que le langage $\mathcal{L} = \{a^p \mid p \text{ premier}\}$ sur l'alphabet $X = \{a\}$ n'est pas reconnaissable.

Devoir Maison

Exercice 5 : Expression rationelle

- $E_1 = (a+b)^*$: les mots a^2, a^2b et ba^2 appartiennent-ils au langage décrit par E_1 ?
- $E_2 = a^*b^*c^*$: les mots a^2, ab, a^2b, cb et $aabc$ appartiennent-ils au langage décrit par E_2 ?
- $E_3 = (a+b)^*abb$: les mots a^2, a^2b, ab^2ab^2 et a^3b^2 appartiennent-ils au langage décrit par E_3 ?

Exercice 6 :

En vous aidant des constructions (produit, étoile, ...) vu en cours, donner un automate reconnaissant le langage correspondant à chacune de ces expressions rationelles.

- $E_1 = (aa+b)^*(a+bb)^*$,
- $E_2 = (a+ba+bba)^*(\varepsilon+b+bb)$,
- $E_3 = (aa+bb+(ab+ba)(aa+bb)^*(ab+ba))^*$.