

# Équilibres de Nash dans les jeux temporisés

Romain Brenguier  
en stage de M2 avec Patricia Bouyer et Nicolas Markey

Lundi 15 Juin 2008

# Motivations

- Au lieu de considérer ce qui se passe dans le pire des cas comme dans le problème de contrôle classique, on considère que l'environnement est "rationnel"

# Motivations

- Au lieu de considérer ce qui se passe dans le pire des cas comme dans le problème de contrôle classique, on considère que l'environnement est "rationnel"
- Des notions d'équilibres (par exemple de Nash) peuvent caractériser les comportements rationnels des joueurs

## Définition

Un **équilibre de Nash** est un profil de stratégies où aucun joueur ne peut améliorer son gain en changeant unilatéralement sa stratégie

## Définition

Un **équilibre de Nash** est un profil de stratégies où aucun joueur ne peut améliorer son gain en changeant unilatéralement sa stratégie

## Dilemme du Prisonnier

	S	B
S	3, 3	0, 4
B	4, 0	1, 1

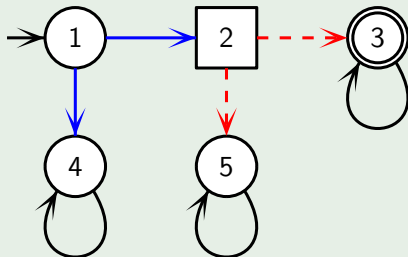
## Définition

Un **équilibre de Nash** est un profil de stratégies où aucun joueur ne peut améliorer son gain en changeant unilatéralement sa stratégie

## Dilemme du Prisonnier

	S	B
S	3, 3	0, 4
B	4, 0	1, 1

## Jeu avec objectif de Büchi



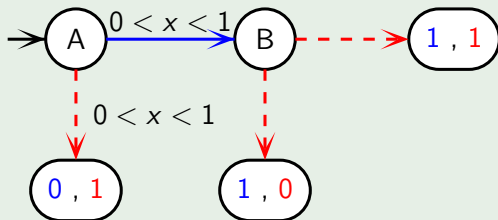
On s'intéresse à des jeux temporisés avec des fonctions de gain :

- $\omega$ -régulières
- dépendant d'une variable d'observation

On s'intéresse à des jeux temporisés avec des fonctions de gain :

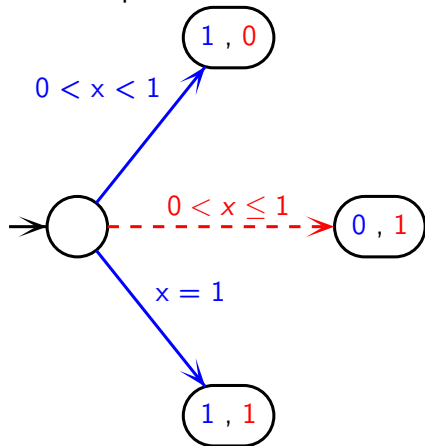
- $\omega$ -régulières
- dépendant d'une variable d'observation

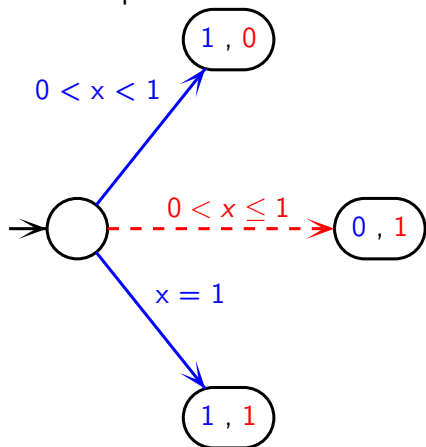
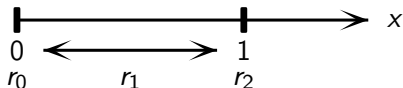
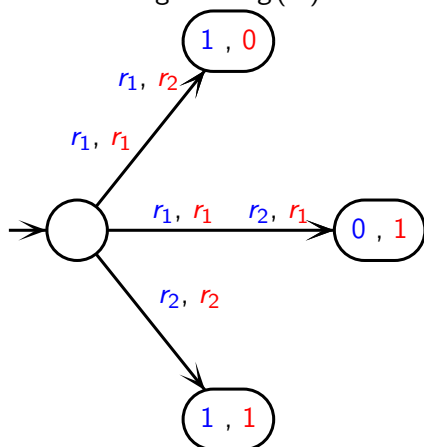
### Exemple de Jeu Temporisé

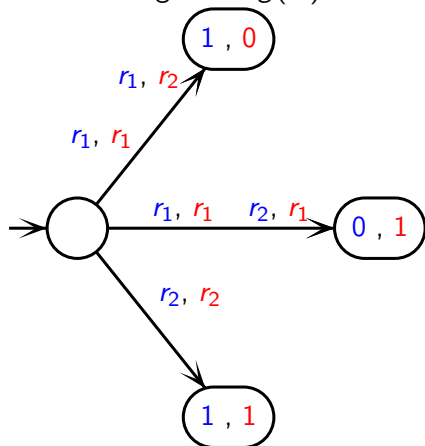


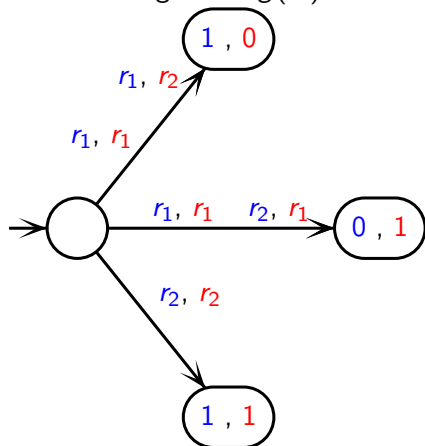
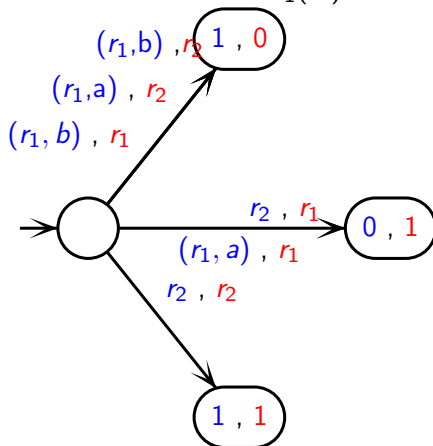
# Résultats obtenus

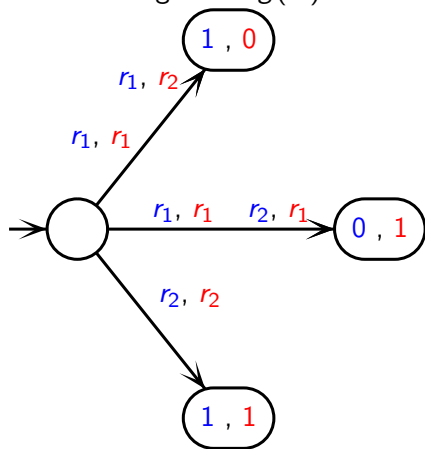
- L'existence d'un équilibre de Nash pour les jeux temporisés pondérés est indécidable
- Pour des objectifs qualitatifs nous obtenons des résultats de décidabilité par des algorithmmes basés sur le graphe des régions

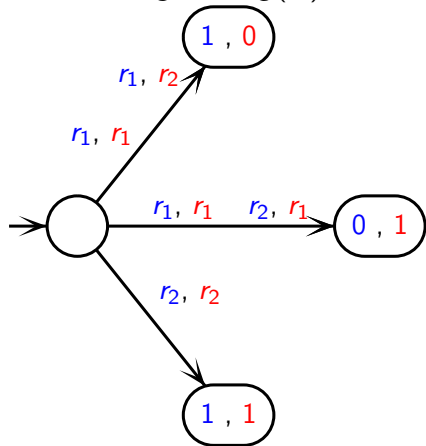
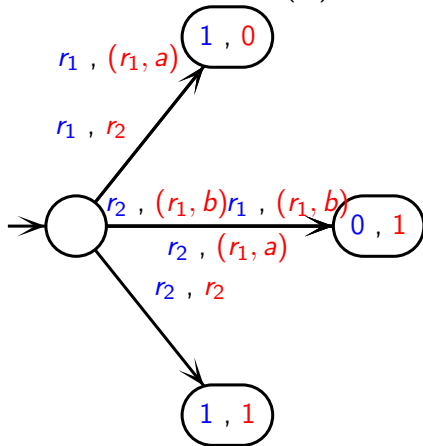
Jeu temporisé  $G$ 

Jeu temporisé  $G$ Jeu des Régions  $Reg(G)$ 

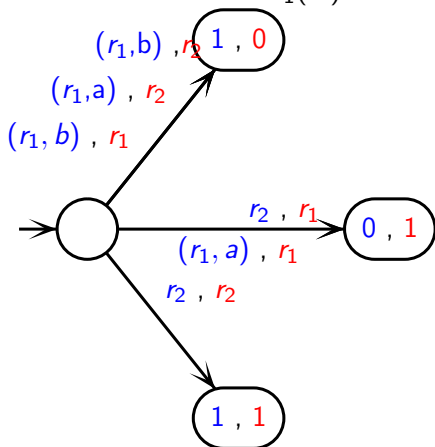
Jeu des Régions  $Reg(G)$ 

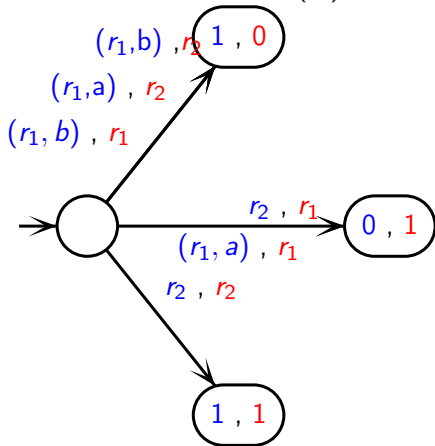
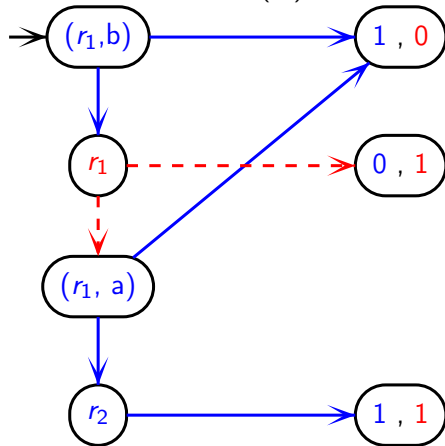
Jeu des Régions  $Reg(G)$ Jeu concurrent  $Conc_1(G)$  $a$  : after $b$  : before

Jeu des Régions  $Reg(G)$ 

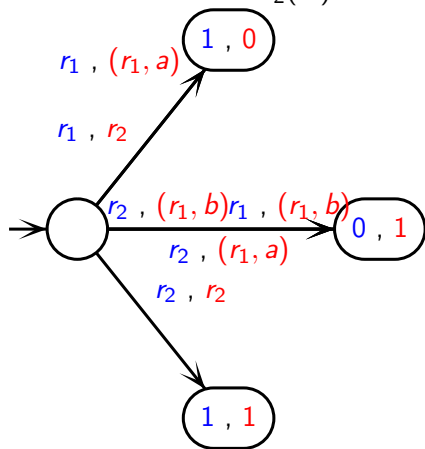
Jeu des Régions  $Reg(G)$ Jeu concurrent  $Conc_2(G)$ 

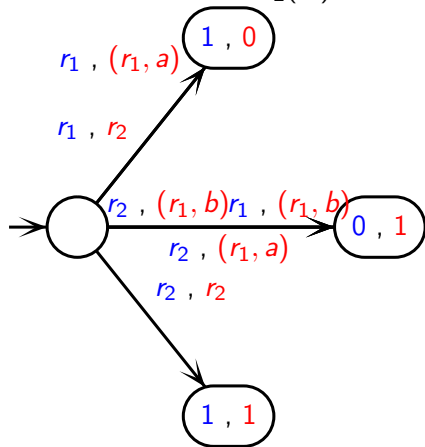
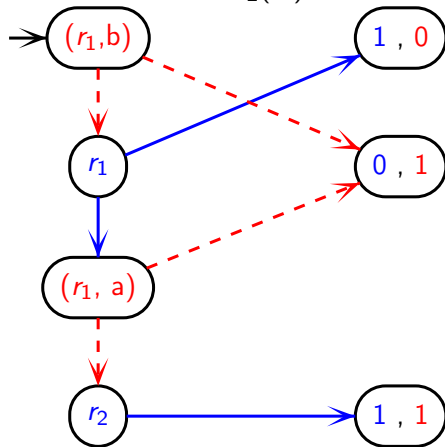
Jeu concurrent  $Conc_1(G)$



Jeu concurrent  $Conc_1(G)$ Jeu à tours  $Turn_1(G)$ 

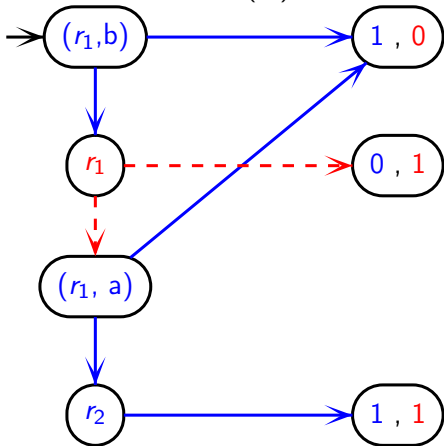
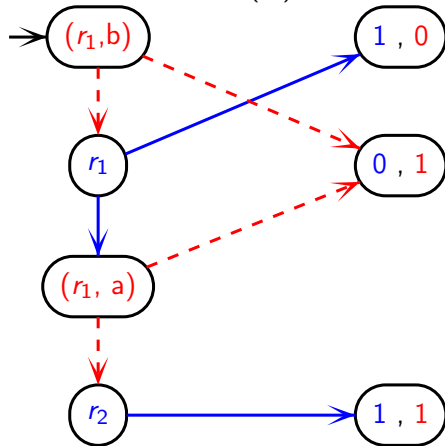
Jeu concurrent  $Conc_2(G)$



Jeu concurrent  $Conc_2(G)$ Jeu à tours  $Turn_2(G)$ 

## Théorème

Il existe un équilibre de Nash dans le jeu temporisé ssi il existe un équilibre “commun” aux deux jeux à tours

Jeu à tour  $Turn_1(G)$ Jeu à tour  $Turn_2(G)$ 

# Travaux en cours et perspectives

- Calcul d'équilibres communs en utilisant des automates d'arbres
- Jeux avec objectifs quantitatifs
- $\varepsilon$ -équilibres
- Stratégies mixtes